ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STAVEBNÍ - OBOR GEODÉZIE A KARTOGRAFIE

KATEDRA VYŠŠÍ GEODÉZIE

název předmětu	
	VYŠŠÍ GEODÉZIE 11

číslo úlohy	název úlohy
3	Transformace mezi systémy

školní rok	semestr	skupina	zpracoval	datum	e-mail
2002/03	6	64	Zdeněk Nejedlý	3.4.2003	rsc@email.cz

Zadání:

V síti o sedmi bodech *FIX1* až *FIX5* a *USR1* a *USR2* byly určeny vzájemné vektory $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)^{WGS}$ metodou *GPS* v systému *WGS-84*. Kromě toho jsou dány souřadnice $(Y, X)^{JTSK}$ v systému *S-JTSK* a elipsoidické výšky H_{el}^{Bessel} bodů *FIX1* až *FIX5*. Úkolem je určit souřadnice bodů *USR1* a *USR2* v systému *S-JTSK* a jejich elipsoidické výšky.

Souřadnice známých bodů v S-JTSK

bod	X [*m*]	Y [*m*]	h [*m*]
FIX1	1187004.2920	771042.0520	294.0570
FIX2	1180958.7070	772018.8050	275.7630
FIX3	1182442.4810	769757.3160	293.8980
FIX4	1185955.6900	774816.4030	255.3250
FIX5	1182805.8810	776033.8120	292.7610

"Měřené" souřadnicové rozdíly ve WGS-84

bod 1	bod 2	ΔX [*m*]	ΔY [*m*]	ΔZ [*m*]
FIX1	FIX2	-3833.6450	-2835.5800	3842.5850
FIX2	FIX3	251.2700	2587.0710	-749.3190
FIX3	FIX4	4138.2740	-3616.7800	-2781.6680
FIX4	FIX5	-1723.2810	-2131.7310	1972.3980
FIX5	FIX1	1167.3940	5996.9660	-2283.9930
FIX1	USR1	-2328.4100	-3226.3320	2813.2940
FIX1	USR2	-1001.2610	-1490.8310	1247.0960
FIX2	USR1	1505.2190	-390.7130	-1029.2660
FIX2	USR2	2832.3880	1344.7550	-2595.4560
FIX3	USR1	1253.9720	-2977.8380	-279.9610
FIX3	USR2	2581.1410	-1242.3370	-1846.1760
FIX4	USR1	-2884.2750	638.9270	2501.6920
FIX4	USR2	-1557.1320	2374.4120	935.5260
FIX5	USR1	-1161.0130	2770.6420	529.2960
FIX5	USR2	166.1760	4506.1360	-1036.8900
USR1	USR2	1327.1870	1735.4720	-1566.2200

Příklad 3.1

Síť tvořenou všemi body *FIX1* až *FIX5* a *USR1* a *USR2* v prostoru vyrovnej. Síť vyrovnej jako volnou s pouze jedním pevným bodem. Kartézské souřadnice tohoto bodu je nutno zvolit blízké (nebo totožné) souřadnicím v systému Besselova elipsoidu, aby bylo možno dále použít pouze diferenciální prostorovou transformaci. Výsledkem jsou souřadnice $(X, Y, Z)^{WGS}$ v systému, ve kterém je směr souřadných os totožný se směrem os systému *WGS-84*.

Příklad 3.2

Vypočti parametry diferenciální prostorové transformace mezi systémem *WGS-84* a systémem *S-JTSK* s využitím identických bodů *FIX1* až *FIX5*. Kvalita souřadnic $(Y, X)^{JTSK}$ a výšky H_{el}^{Bessel} identických bodů je různá:

souřadnice $(Y, X)^{JTSK}$ a výška H_{el}^{Bessel} jsou přesné (body *FIX1* a *FIX5*)
souřadnice $(Y, X)^{JTSK}$ jsou přesné, výška H_{el}^{Bessel} je přibližná (body *FIX2* a *FIX4*)
souřadnice $(Y, X)^{JTSK}$ jsou přibližné, výška H_{el}^{Bessel} je přesná (bod *FIX3*)

Kvalitu souřadnic zohledni zavedením vah tak, aby opravy výšek na bodech s danou přesnou výškou byly nulové (vzhledem k tomu, že takové body jsou pouze tři, lze tuto podmínku splnit) a aby rovinné souřadnice bodů, které jsou dány přibližně, neovlivňovaly transformaci v rovinné složce.

Příklad 3.3
Pomocí vypočteného transformačního klíče přetransformuj souřadnice všech bodů $(X, Y, Z)^{WGS}$ do systému *S-JTSK*, $(Y, X)^{JTSK2}$. Číslice "*2*" v označení systému upozorňuje, že přetransformované souřadnice bodů *FIX1* až *FIX5* nejsou totožné se souřadnicemi zadanými.

Příklad 3.4
Na základě nově získaných rovinných souřadnic $(Y, X)^{JTSK2}$ bodů *FIX1* až *FIX5* a jejich odchylek od daných hodnot $(Y, X)^{JTSK}$ proveď Jungovu dotransformaci bodů *USR1* a *USR2*. Při výpočtu použij odchylky pouze na identických bodech s přesně známou polohou (všechny body kromě *FIX3*).

Teoretické řešení:

a) Převod pravoúhlých souřadnic z S–JTSK na souřadnice zeměpisné na Besselově elipsoidu

Konstanty Křovákova zobrazení:

R = 6 380 703.6105 *m*
α = 1.000 597 498 372
e =
k = 0.996 592 4867
$Š_o$ = 78° 30'
U_o = 49° 27' 35.84625"
φ_o = 49° 30'

Souřadnice kartografického pólu: U_K = 59° 42' 42.69690"
V_K = 42° 31' 31.41725"

Převod probíhá podle schematu

$$X,Y \dashrightarrow \rho,\varepsilon \longrightarrow Š,D \dashrightarrow U,V \longrightarrow \varphi,\lambda$$

kde: $\dashrightarrow$ znamená transformaci
$\longrightarrow$ znamená zobrazení

Převod pravoúhlých souřadnic X,Y v rovině Křovákova zobrazení na souřadnice polární ρ,ε

$$\rho = \sqrt{X^2 + Y^2} \tag{1.1}$$

$$\varepsilon = \operatorname{arctg}\frac{Y}{X} \tag{1.2}$$

Převod polárních souřadnic ρ,ε na souřadnice kartografické Š,D

$$\check{S} = 2\cdot\operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\check{S}_0}{2}+45°\right)}{\left(\frac{\rho}{R_0}\right)^{\left(1/\sin\check{S}_0\right)}}\right)-90° \tag{1.3}$$

$$\widehat{D} = \frac{\widehat{\varepsilon}}{\sin\check{S}_0} \tag{1.4}$$

kde: $$R_0 = 0.9999\cdot R\cdot\operatorname{cotg}\left(\check{S}_0\right) \tag{1.5}$$

Převod kartografických souřadnic Š,D na souřadnice na referenční kouli U,V

$$U = \arcsin\left(\sin\check{S}\cdot\sin U_K - \cos\check{S}\cdot\cos U_K\cdot\cos D\right) \tag{1.6}$$

$$V = V_K - \arcsin\frac{\cos\check{S}\cdot\sin D}{\cos U} \tag{1.7}$$

Převod souřadnic na referenční kouli U,V na zeměpisné souřadnice φ,λ na Besselově elipsoidu

$$\begin{aligned}\varphi \doteq\ & 1.001416022789\cdot\left(U-U_0\right)-8.687150417\times10^{-5}\cdot\left(U-U_0\right)^2+\\ & +1.670197\times10^{-7}\cdot\left(U-U_0\right)^3+1.175089\times10^{-8}\cdot\left(U-U_0\right)^4+\varphi_0\end{aligned} \tag{1.8}$$

$$\lambda=\frac{V}{\alpha} \tag{1.9}$$

Poznámka: nultý poledník je u Křovákova zobrazení vztažen k Ferru. Pro výpočty v systému *WGS–84* je proto nutné převést nultý poledník na Greenwich podle vztahu $\lambda_{Greenwich}\doteq\lambda_{Ferro}-17°40'$ (hodnota 17°40' je pouze přibližná. Asi nejpřesnější hodnota kterou se mi podařilo nalézt je 17°39'59.7354").

b) Převod zeměpisných souřadnic na Besselově elipsoidu na souřadnice kartézské

$$\begin{aligned}X&=\left(N+h\right)\cdot\cos\varphi\cdot\cos\lambda\\ Y&=\left(N+h\right)\cdot\cos\varphi\cdot\sin\lambda\\ Z&=\left(N\left(1-e^2\right)+h\right)\cdot\sin\varphi\end{aligned} \tag{2.1}$$

kde: h je elipsoidická (nadmořská) výška bodu
φ a λ jsou zeměpisné souřadnice bodu
a je hlavní poloosa elipsoidu
e^2 je první excentricita elipsoidu
N je příčný poloměr křivosti elipsoidu určený podle vzorce $N=\dfrac{a}{\left(1-e^2\cdot\sin^2\varphi\right)^{1/2}}$ (2.2)

c) Vyrovnání volné sítě

Volná síť umožňuje využít přesnost měřených veličin k určení nových bodů bez vlivu (ne)přesnosti bodů stávajících. Na rozdíl od pevné sítě jsou při tomto řešení určovány všechny body. Protože toto řešení dává pouze tvar a rozměr sítě, je třeba jeden z bodů zvolit jako pevný a ostatní body k němu vztáhnout.

Vyrovnání provedeme pomocí metody nejmenších čtverců (*MNČ*) vyrovnáním měření zprostředkujících kdy v matici *A* vynecháme pevný bod. Protože jako zprostředkující použijeme měřené vektory ve *WGS–84*, bude matice *A* po vyčíslení parciálních derivací zprostředkujících veličin podle neznámých obsahovat pouze prvky *–1*, *0* a *1*. Přibližné hodnoty určovaných bodů vypočteme pomocí pevného bodu a měřených vektorů ve *WGS–84*. Vyrovnání poté provedeme podle rovnice (3.1) čímž získáme vyrovnané souřadnice všech bodů v systému *WGS–84*.

$$dx=\left(A^TA\right)^{-1}A^Tl \tag{3.1}$$

kde: dx jsou přírůstky neznámých veličin (souřadnic určovaných bodů)
l je vektor redukovaných měření určený podle vztahu $l=l^*-l_0$ (3.2)
kde: l^* jsou měřené zprostředkující měření
l_0 jsou zprostředkující měření určené z přibližných souřadnic určovaných bodů

Opravy měřených vektorů v poté vypočteme podle rovnice (3.3) a jejich vyrovnané hodnoty $\overline{l}$ pomocí rovnice (3.4).

$$v=A\cdot dx-l \tag{3.3}$$

$$\overline{l} = l^* + v \tag{3.4}$$

Aposteriorní střední chyba jednotková se určí podle vzorce (3.5).

$$m_0 = \sqrt{\frac{v^T v}{n-k}} \tag{3.5}$$

kde: n je počet zprostředkujících
k je počet nutných měření

Střední chyby vyrovnaných bodů následně určíme podle vzorce (3.6)

$$m_{x_i} = m_0 \sqrt{Q_{x_i}} \tag{3.6}$$

kde: $Q_{x_i} = \left(A^T A\right)^{-1}$

a střední chyby vyrovnaných zprostředkujících veličin podle vzorce (3.7).

$$m_{\overline{l}_i} = m_0 \sqrt{Q_{\overline{l}_i}} \tag{3.7}$$

kde: $Q_{x_i} = \left(A^T A\right)^{-1}$ $Q_{\overline{l}_i} = A\left(A^T A\right)^{-1} A^T$

d) Diferenciální Helmertova transformace

V případě diferenciální transformace předpokládáme úhly stočení blízké nule a měřítko blízké jedné. Transformační rovnice mají obecně tvar:

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = q \cdot R \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} \tag{4.1}$$

kde: X_i, Y_i a Z_i jsou souřadnice v cílové soustavě
x_i, y_i a z_i jsou souřadnice v původní soustavě
T_X, T_Y a T_Z je posun počátku cílové soustavy vůči počátku soustavy původní
q je změna měřítka (délkový modul)
R je matice rotace kterou můžeme díky diferenciálním velikostem úhlů stočení napsat jako

$$R = \begin{pmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{pmatrix} \tag{4.2}$$

Protože známe přibližné hodnoty transformačních koeficientů, můžeme rovnou přistoupit k jejich vyrovnání. Díky diferenciálním hodnotám se matice A pro jeden bod zjednoduší na tvar

$$A = \left(\begin{array}{ccc:ccc:c} 1 & 0 & 0 & 0 & -z_r & y_r & x_r \\ 0 & 1 & 0 & z_r & 0 & -x_r & y_r \\ 0 & 0 & 1 & -y_r & x_r & 0 & z_r \end{array}\right) \tag{4.3}$$

kde index r znamená provedenou redukci souřadnic na těžiště (viz rovnice (4.4)). Redukce na těžiště se provádí proto, že by jinak v matici A byly řádově jiné hodnoty což by mohlo způsobit problémy při inverzi této matice.

$$X_r = X - X_T \quad \text{a} \quad x_r = x - x_T \tag{4.4}$$

kde: X_T a x_T jsou souřadnice těžiště v cílové a původní soustavě
X a x jsou jednotlivé body, které se redukují
Vektor redukovaných měření l pro jeden bod bode mít poté tvar (4.5).

$$l = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} \tag{4.5}$$

Protože jsou identické body použité k vyrovnání různě přesné, je třeba do výpočtu zahrnout i jejich váhy a sestavit matici vah P která bude blokově diagonální. Střední chyby bodů volíme v *S–JTSK*, takže je musíme převést do systému *WGS–84*. Sestavíme proto kovarianční matici Q_{XYh} (viz (4.6)) a pomocí rovnice (4.7) jí natočíme do systému *WGS–84*.

$$Q_{XYh} = \begin{pmatrix} m_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_z^2 \end{pmatrix} \tag{4.6}$$

$$Q_{XYZ} = H \cdot Q_{XYh} \cdot H^T \tag{4.7}$$

kde: $$H = R_Z(-\lambda) \cdot R_Y(90° - \varphi) \tag{4.8}$$

kde: R_Y a R_Z jsou matice rotace podle os y a z (viz (4.9)).

$$R_Y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix} \tag{4.9}$$

$$R_Z(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4.10}$$

Matici Q_{XYZ} vypočteme pro všechny identické body (úhly stočení φ a λ je možné díky malému rozměru sítě použít pro všechny body stejné) a takto získané matice Q_{XYZ} sestavíme na diagonálu matice Q (zbylé prvky matice Q tvoří nuly). Matici P poté určíme inverzí (viz 4.11).

$$P = Q^{-1} \tag{4.11}$$

Po sestavení matice A a P můžeme spočítat koeficienty normálních rovnic

$$N = \left(A^T P A\right)^{-1} \tag{4.12}$$

vektor přírůstků transformačních koeficientů (T_X, T_Y, T_Z, α, β a γ, m)

$$dx = N A^T P l \tag{4.13}$$

a opravy souřadnic identických bodů

$$v_I = A \cdot dx + l \tag{4.14}$$

Poté co získáme vyrovnané transformační koeficienty můžeme pomocí rovnice (4.15) provést transformaci všech bodů. Rovnice (4.1) přejde na tvar díky provedené redukci na těžiště na tvar (4.15), který je možné upravit na (4.16).

$$\begin{pmatrix} X - X_T \\ Y - Y_T \\ Z - Z_T \end{pmatrix} = (1+m) \cdot R \cdot \begin{pmatrix} x - x_T \\ y - y_T \\ z - z_T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_{X_r} \\ T_{Y_r} \\ T_{Z_r} \end{pmatrix} \tag{4.15}$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = (1+m) \cdot R \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_{X_r} \\ T_{Y_r} \\ T_{Z_r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} - (1+m) \cdot R \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{4.16}$$

Pro identické body poté provedeme druhý výpočet oprav v_{II} jako rozdíl původních souřadnic v cílové soustavě a souřadnic přetransformovaných.

Protože v případě Helmertovy transformace dochází k vyrovnání, můžeme provést kvalitativní zhodnocení dosažených výsledků a určit odhady jejich středních chyb:

Střední souřadnicové chyby identických bodů:

- *střední chyby ve směru jednotlivých os m_X, m_Y a m_Z*

$$m_X = \sqrt{\frac{[v_X v_X]}{n}} \qquad m_Y = \sqrt{\frac{[v_Y v_Y]}{n}} \qquad m_Z = \sqrt{\frac{[v_Z v_Z]}{n}} \tag{4.17}$$

kde n je počet identických bodů
v_i jsou opravy souřadnic ve směru příslušné osy

- *celková střední souřadnicová chyba m_{XYZ}*

$$m_{XYZ} = \sqrt{\frac{[v_i v_i]}{n}} \tag{4.18}$$

- *míra ztotožnění m_V*

$$m_V = \sqrt{m_X{}^2 + m_Y{}^2 + m_Z{}^2} \tag{4.19}$$

Aposteriorní střední chyba jednotková

$$m_0 = \sqrt{\frac{[v_i v_i]}{3n-7}} \tag{4.20}$$

Střední chyby transformačních koeficientů

$$m_i = m_0 \sqrt{N_{ii}} \tag{4.21}$$

Střední chyby vyrovnaných identických bodů

$$m_i = m_0 \sqrt{Q_{\bar{l}\,ii}} \tag{4.22}$$

kde $Q_{\bar{l}} = A \cdot N \cdot A^T$

e) Převod kartézských souřadnic na souřadnice zeměpisné na Besselově elipsoidu

$$\lambda = \operatorname{arctg} \frac{Y}{X} \tag{5.1}$$

Hodnoty φ a h je třeba řešit iteračně. V prvním kroku určíme podle (5.3) hodnotu φ_0 pomocí které získáme dosazením do (2.2) a (5.2) hodnoty N_0 a h_0 které dosadíme do (5.4). Tento postup opakujeme, dokud se dvě následující hodnoty φ a h neliší o více, než je jejich požadovaná přesnost.

$$P = \sqrt{X^2 + Y^2} = (N + h) \cdot \cos\varphi \tag{5.2}$$

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg} \frac{Z}{P\left(1 - e^2\right)} \tag{5.3}$$

$$\frac{Z}{P} = \frac{N + h - N \cdot e^2}{N + h} \cdot \operatorname{tg}\varphi = \left(1 - \frac{N \cdot e^2}{N + h}\right) \cdot \operatorname{tg}\varphi \tag{5.4}$$

f) převod zeměpisných souřadnic na Besselově elipsoidu do S–JTSK

Převod probíhá podle schematu

$$\varphi,\lambda \longrightarrow U,V \dashrightarrow Š,D \longrightarrow \rho,\varepsilon \dashrightarrow X,Y$$

kde: $\dashrightarrow$ znamená transformaci
$\longrightarrow$ znamená zobrazení

Převod zeměpisných souřadnic φ,λ na Besselově elipsoidu na souřadnice U,V na referenční kouli

$$U = 2 \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{k}\left(\tan\left(\frac{\varphi}{2} + 45°\right) \cdot \left(\frac{1 - e \cdot \sin\varphi}{1 + e \cdot \sin\varphi}\right)^{\frac{e}{2}}\right)^{\alpha}\right) - 90° \tag{6.1}$$

$$V = \alpha \cdot \lambda \tag{6.2}$$

Poznámka: opět je nutné počítat s „konstantou” 17°40' (viz poznámka u rovnice (1.9))

Převod souřadnic na referenční kouli U,V na kartografické souřadnice Š,D

$$\check{S} = \arcsin\left(\sin U_K \cdot \sin U + \cos U_K \cdot \cos U \cdot \cos\left(V_K - V\right)\right) \tag{6.3}$$

$$D = \arcsin \frac{\sin\left(V_K - V\right) \cdot \cos U}{\cos \check{S}} \tag{6.4}$$

Převod kartografických souřadnic Š,D na polární souřadnice ρ, ε

$$\rho = R_0 \left(\frac{\mathrm{tg}\left(\frac{\check{S}_0}{2} + 45°\right)}{\mathrm{tg}\left(\frac{\check{S}}{2} + 45°\right)} \right)^n \tag{6.5}$$

$$\varepsilon = n \cdot D \tag{6.6}$$

kde: $n = \sin \check{S}_0$ (6.7)

Převod polárních souřadnic ρ, ε na pravoúhlé souřadnice X,Y v rovině Křovákova zobrazení

$$X = \rho \cdot \cos \varepsilon \tag{6.8}$$

$$Y = \rho \cdot \sin \varepsilon \tag{6.9}$$

g) Jungova dotransformaci

Jungova (do)transformace se používá po transformaci Helmertově kdy se zbylé odchylky na identických bodech rozdělí transformovaným bodům podle vzorců (7.1) a (7.2). Výsledkem tohoto procesu je to, že identické body získají své původní souřadnice.

Výpočet oprav souřadnic jednotlivých bodů se provede podle následujících vzorců:

$$o_x{}^j = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \cdot p_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} p_{ij}} \tag{7.1}$$

$$o_y{}^j = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta y_i \cdot p_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} p_{ij}} \tag{7.2}$$

kde: index *i* znamená identické body

index *j* znamená všechny transformované body

$p_{ij} = 1/s_{ij}{}^2$ (7.3)

Δx a *Δy* jsou souřadnicové rozdíly identických bodů (původní – transformované)

Přehled výsledků:

Převod známých bodů na Besselův elipsoid

Zeměpisné souřadnice na Besselově elipsoidu

bod	φ	λ	h [*m*]
FIX1	48° 46' 14.81886"	14° 18' 31.50878"	294.0570
FIX2	48° 49' 24.31119"	14° 17' 03.25771"	275.7630
FIX3	48° 48' 46.82315"	14° 19' 03.09287"	293.8980
FIX4	48° 46' 31.57288"	14° 15' 21.32109"	255.3250
FIX5	48° 48' 07.10089"	14° 14' 00.86782"	292.7610

Kartézské souřadnice na Besselově elipsoidu (WGS–84)

bod	X [*m*]	Y [*m*]	Z [*m*]
FIX1	4080677.1815	1040815.4574	4773533.3799
FIX2	4076842.8197	1037979.9037	4777375.2230
FIX3	4077095.0915	1040566.7525	4776626.4195
FIX4	4081233.1665	1036950.2713	4773845.3050
FIX5	4079509.6019	1034818.5921	4775817.4987

Vyrovnané body ve WGS–84 a jejicj střední chyby

bod	X [*m*]	m_X [*m*]	Y [*m*]	m_Y [*m*]	Z [*m*]	m_Z [*m*]
FIX1	4080677.1815	0.0000	1040815.4574	0.0000	4773533.3799	0.0000
FIX2	4076843.5390	0.0091	1037979.8728	0.0091	4777375.9524	0.0091
FIX3	4077094.7954	0.0102	1040566.9664	0.0102	4776626.6431	0.0102
FIX4	4081233.0586	0.0102	1036950.2065	0.0102	4773844.9736	0.0102
FIX5	4079509.7758	0.0091	1034818.4873	0.0091	4775817.3748	0.0091
USR1	4078348.7654	0.0084	1037589.1378	0.0084	4776346.6799	0.0084
USR2	4079675.9358	0.0084	1039324.6225	0.0084	4774780.4806	0.0084

Vyrovnané souřadnicové rozdíly (vektory) a jejich střední chyby ve WGS-84

bod 1	bod 2	ΔX [*m*]	$m_{\Delta X}$ [*m*]	ΔY [*m*]	$m_{\Delta Y}$ [*m*]	ΔZ [*m*]	$m_{\Delta Z}$ [*m*]
FIX1	FIX2	-3833.6425	0.0091	-2835.5846	0.0091	3842.5725	0.0091
FIX2	FIX3	251.2564	0.0091	2587.0936	0.0091	-749.3093	0.0091
FIX3	FIX4	4138.2632	0.0091	-3616.7599	0.0091	-2781.6695	0.0091
FIX4	FIX5	-1723.2828	0.0091	-2131.7192	0.0091	1972.4012	0.0091
FIX5	FIX1	1167.4057	0.0091	5996.9701	0.0091	-2283.9948	0.0091
FIX1	USR1	-2328.4161	0.0084	-3226.3195	0.0084	2813.3000	0.0084
FIX1	USR2	-1001.2457	0.0084	-1490.8348	0.0084	1247.1007	0.0084
FIX2	USR1	1505.2263	0.0084	-390.7350	0.0084	-1029.2725	0.0084
FIX2	USR2	2832.3968	0.0084	1344.7498	0.0084	-2595.4718	0.0084
FIX3	USR1	1253.9699	0.0084	-2977.8286	0.0084	-279.9632	0.0084
FIX3	USR2	2581.1403	0.0084	-1242.3439	0.0084	-1846.1625	0.0084
FIX4	USR1	-2884.2932	0.0084	638.9313	0.0084	2501.7063	0.0084
FIX4	USR2	-1557.1228	0.0084	2374.4160	0.0084	935.5070	0.0084
FIX5	USR1	-1161.0105	0.0084	2770.6505	0.0084	529.3051	0.0084
FIX5	USR2	166.1600	0.0084	4506.1352	0.0084	-1036.8941	0.0084
USR1	USR2	1327.1704	0.0075	1735.4847	0.0075	-1566.1993	0.0075

aposteriorní m_0 = *14.0 mm*

Diferenciální Helmertova transformace

Vyrovnané transformační koeficienty a jejich střední chyby

$T_X = 0.02198$ m $\quad m_{Tx} = 0.23$ mm

$T_Y = 0.09696$ m $\quad m_{Ty} = 0.21$ mm

$T_Z = 0.13740$ m $\quad m_{Tz} = 0.23$ mm

$q = -0.000003856725 \quad m_q = 0.000000065$

$\alpha = 4.7166'' \quad m_\alpha = 0.016''$

$\beta = 1.7943'' \quad m_\beta = 0.025''$

$\gamma = 5.2264'' \quad m_\gamma = 0.016''$

Transformované body ve WGS–84 a jejich střední chyby

bod	X [*m*]	m_X [*mm*]	Y [*m*]	m_Y [*mm*]	Z [*m*]	m_Z [*mm*]
FIX1	4080677.1816	0.36	1040815.4574	0.32	4773533.3799	0.38
FIX2	4076843.4486	0.37	1037980.0687	0.31	4777375.9690	0.39
FIX3	4077094.7762	0.37	1040567.1289	0.34	4776626.6057	0.38
FIX4	4081232.9559	0.34	1036950.2145	0.26	4773845.0656	0.36
FIX5	4079509.6086	0.34	1034818.5923	0.28	4775817.4929	0.36
USR1	4078348.6682	–––	1037589.2736	–––	4776346.7226	–––
USR2	4079675.8911	–––	1039324.6822	–––	4774780.5012	–––

Převod transformovaných bodů do S–JTSK II

Zeměpisné souřadnice na Besselově elipsoidu II

bod	φ	λ	h [*m*]
FIX1	48° 46' 14.81886"	14° 18' 31.50878"	294.0571
FIX2	48° 49' 24.31125"	14° 17' 03.25794"	276.7526
FIX3	48° 48' 46.83229"	14° 19' 03.11457"	293.8982
FIX4	48° 46' 31.57308"	14° 15' 21.32094"	255.0012
FIX5	48° 48' 07.10061"	14° 14' 00.86775"	292.7610
USR1	48° 48' 29.17714"	14° 16' 26.49242"	399.2153
USR2	48° 47' 14.01869"	14° 17' 32.85964"	350.0845

Kartézské souřadnice na Besselově elipsoidu II (WGS–84 II)

bod	X [*m*]	Y [*m*]	Z [*m*]
FIX1	1187004.2912	771042.0519	294.0571
FIX2	1180958.7051	772018.7999	276.7526
FIX3	1182442.2612	769756.8386	293.8982
FIX4	1185955.6825	774816.4052	255.0012
FIX5	1182805.8886	776033.8146	292.7610
USR1	1182541.8443	772996.7774	399.2153
USR2	1185028.1280	771975.8953	350.0845

Souřadnice bodů v S-JTSK II

bod	X [*m*]	Y [*m*]	h [*m*]
FIX1	1187004.2912	771042.0519	294.0571
FIX2	1180958.7051	772018.7999	276.7526
FIX3	1182442.2612	769756.8386	293.8982
FIX4	1185955.6825	774816.4052	255.0012
FIX5	1182805.8886	776033.8146	292.7610
USR1	1182541.8443	772996.7774	399.2153
USR2	1185028.1280	771975.8953	350.0845

Opravy identických bodů

bod	X [*m*]	Y [*m*]	h [*m*]
FIX1	+0.0008	+0.0001	-0.0001
FIX2	+0.0019	+0.0051	-0.9896
FIX3	+0.2198	+0.4774	-0.0002
FIX4	+0.0075	-0.0022	+0.3238
FIX5	-0.0076	-0.0026	+0.0000

Výsledné souřadnice všech bodů

Výsledné souřadnice bodů v S-JTSK po Jungově dotransformaci

bod	X [*m*]	Y [*m*]	h [*m*]
FIX1	1187004.2920	771042.0520	294.0571
FIX2	1180958.7070	772018.8050	276.7526
FIX3	1182442.2622	769756.8398	293.8982
FIX4	1185955.6900	774816.4030	255.0012
FIX5	1182805.8810	776033.8120	292.7610
USR1	1182541.8448	772996.7785	399.2153
USR2	1185028.1293	771975.8953	350.0845

Závěr:
Veškeré výpočty byly provedeny v programu Matlab. Kontroly provedené při vyrovnání prostorové sítě i při následné Helmertově diferenciální transformaci byly splněny, tudíž dosažené výsledky považuji za správné.

Volba vah (respektive středních chyb) složek souřadnic bodů byla provedena tak, že jsem si pro přesné složky souřadnic zvolil malou střední chybu (*0.001 m*) a tuto hodnotu jsem v případě nepřesných složek souřadnic pomocí programovacího cyklu zdvojnásoboval do té doby, dokud vliv těchto složek na transformaci neklesl pod určitou mez.
Opravy výšek výškově přesně známých bodů (porovnávají se výšky v *S–JTSK* a *S–JTSK II*) se poté pohybovaly v rozmezí *–2/10* až *0 mm*.

Exapolis, dne 17.4.2003
Zdeněk Nejedlý

Zdeněk Nejedlý