

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STAVEBNÍ - OBOR GEODÉZIE A KARTOGRAFIE
KATEDRA VYŠŠÍ GEODÉZIE

název předmětu

VYŠŠÍ GEODÉZIE 21

číslo úlohy

5

název úlohy

GPS - oskulační elementy dráhy družice

školní rok

2002/03

semestr

7

skupina

64

zpracoval

Zdeněk Nejedlý

datum

15.12.2003

e-mail

rsc@email.cz

Zadání: Na základě skutečných drah družic daných svými přesnými efemeridami v souborech formátu *SP3* sledujte časový průběh oskulačních elementů. Použijte k tomu data ze serveru služby *IGS* (<http://igsb.jpl.nasa.gov/>) a *IERS* (<http://maia.usno.navy.mil/>) pro den = den Vašeho narození + 20 let (resp. totožné datum, pouze rok se zvýší o 20, je-li tímto dnem neexistující 29.únor, použijte data z 1.dubna). Výpočty provádějte pro družici *PRN = 1*.

Stručný postup:

- Souřadnice dané družice převed'te ze systému *ITRF* do nebeského rámce *ICRF* pomocí programu *sp3crs.exe* (<ftp://leo.fsv.cvut.cz/VG/Utils/sp3crs.exe>). Vstupem kromě souboru ve formátu *SP3* jsou také souřadnice pólu a hodnoty *UT1 – UTC* a *GPS – UTC*.
- Postupně pro každé dvě následující polohy družice vypočtete keplerovy parametry (oskulační) dráhy definované těmito dvěma body.
- Vypočtené časové řady parametrů vynesete vhodně do grafu, samostatně pro každý parametr.

Vstupní soubory:

```
ftp://igsb.jpl.nasa.gov/igsb/product/1033/igs10335.sp3.Z  
ftp://igsb.jpl.nasa.gov/igsb/product/1033/igs10337.erp.Z
```

Vstupní hodnoty:

datum: 29.10.1999

$MJD = 51480$

$GPS \text{ týden} = 1033$

$GPS \text{ den} = 5$

souřadnice pólu: $x_p = 0.020490''$
 $y_p = 0.383336''$

$UT1 - UTC = 0.4353535 \text{ s}$

$GPS - UTC = 13 \text{ s}$

parametry pro spuštění programu sp3crs:

```
sp3crs -xp 20490 -yp 383336 -ut 4353535 -gp 13 1 IGS10335.SP3 > data.txt
```

1) Souřadnicové systémy

Souřadnicový systém ITRS (*International Terrestrial Reference System*) – je definován pomocí množiny pevných bodů na povrchu Země a jejich souřadnice v kartézském souřadnicovém systému pevně spojeném se Zemí. Počátek je v těžišti Země a je definován tak, aby součet časových změn souřadnic bodů ITRS byl roven nule. Osa Z směřuje do referenčního pólu IRP (*IERS Reference Pole*) a osa X leží v rovině hlavního meridiánu (*IERS Reference Meridian*). Tento systém není vhodný pro výpočet drah družic, protože pohyb družic je prakticky nezávislý na rotaci Země.

Souřadnicový systém ICRS (*IERS Celestial Reference system*) – je realizován pomocí referenčního rámce *ICRF* tvořeného množinou směrů na kvazary jejichž polohu můžeme díky jejich vzdálenosti považovat za pevnou. Počátek souřadnicové soustavy je v baricentru sluneční soustavy, rovina XY odpovídá rovníkové epoše v J2000.0 a osa X směřuje do jarního bodu v této ploše.

2) Keplerovský pohyb

Keplerovský pohyb je takový pohyb dvou těles, která můžeme nahradit hmotnými body a působí na ně pouze vzájemné gravitační síly. Podle Newtonova gravitačního zákona pak platí vztah (2.01).

$$\ddot{\vec{r}} = -G \frac{M+m}{r^3} \vec{r} \quad (2.01)$$

kde: G je Newtonova gravitační konstanta
 M a m jsou hmotnosti obou těles
 r je průvodič mezi tělesy
 \ddot{r} je zrychlení (druhá derivace průvodiče podle času)

Tento vztah je vektorová diferenciální rovnice druhého stupně a funkce $\vec{r}(t)$ je jednoznačně definována pomocí šestice počátečních podmínek a je možné s jeho pomocí dokázat platnost Keplerových zákonů:

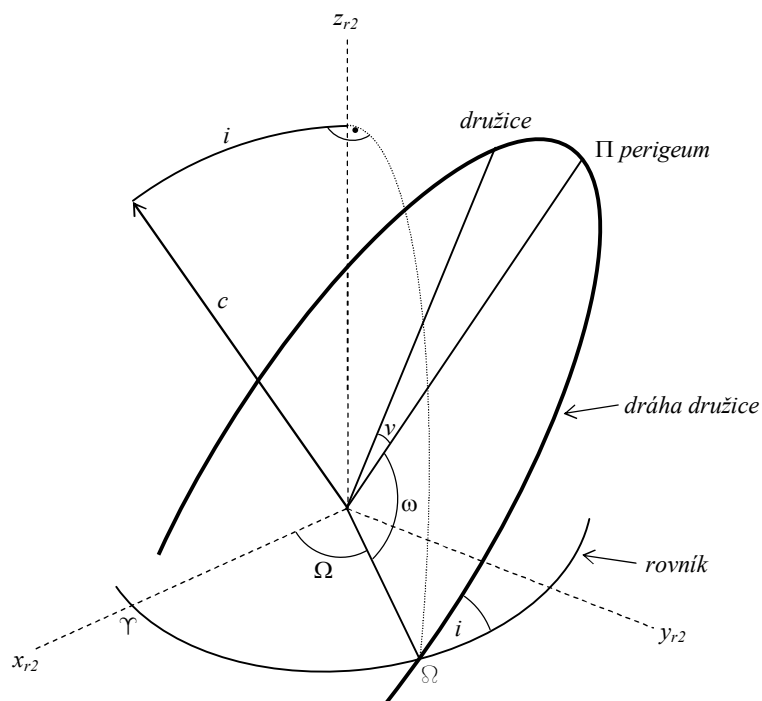
- 1 – planety se pohybují po elipsách blízkých kružnicích se Sluncem v ohnisku
- 2 – plošná rychlost (plocha opsaná průvodičem za časovou jednotku) je konstantní
- 3 – poměr druhé mocniny oběžné doby vzhledem ke třetí mocnině hlavní poloosy je konstantní

Tyto zákony platí i pro vztah Země – družice kdy je navíc možné díky malé hmotnosti družice vůči hmotnosti Země nahradit ve vztahu (1) hodnotu $G(M+m)$ hodnotou geocentrické gravitační konstanty GM .

Pohyb splňující Keplerovy zákony je možné popsat pomocí Keplerových elementů:

- a ... hlavní poloosa elipsy
- e ... excentricita elipsy
- T_0 ... čas průchodu perigeem Π (průsečík elipsy s hlavní poloosou). Udává se v čase *UTC*
- Ω ... rektascenze výstupného uzlu \oslash (průsečík dráhy s rovinou rovníku). Nabývá hodnot $0^\circ - 360^\circ$
- ω ... argument perigea (úhel mezi výstupným uzlem \oslash a perigeem Π). Nabývá hodnot $0^\circ - 360^\circ$
- i ... sklon dráhy vzhledem k rovině rovníku. Počítá se v matematicky kladném směru a nabývá hodnot $0^\circ - 180^\circ$

První tři elementy se označují jako vnitřní (poloha družice v rovině dráhy), zbylé tři jako vnější (orientace roviny dráhy vůči inerciálnímu rovníkovému systému).



(obr.1 – Keplerovy parametry)

Výpočet oskulačních elementů pomocí geocentrické polohy \vec{r} a rychlosti $\dot{\vec{r}}$ družice

Platí vztahy pro:

$$\text{průvodič} \quad r = \vec{r} \cdot \vec{r} \quad (2.02)$$

$$\text{rychlost} \quad V^2 = \dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} \quad (2.03)$$

$$\text{hybnost} \quad \vec{c} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}} \quad (2.04)$$

Výpočet vnitřních elementů

hlavní poloosa a pomocí integrálu živé síly

$$V^2 = GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \Rightarrow a = \left(\frac{2}{r} - \frac{V^2}{GM} \right)^{-1} \quad (2.05)$$

excentricita e pomocí parametru elipsy

$$p = a(1 - e^2) = \frac{c^2}{GM} \Rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{c^2}{a \cdot GM}} \quad (2.06)$$

pravá anomálie v

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v} \Rightarrow v = \arccos \left(\frac{a(1 - e^2)}{r \cdot e} - \frac{1}{e} \right) \quad (2.07)$$

řešení je dvojznačné a platí:

$$\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} > 0 \Rightarrow v \in (0^\circ, 180^\circ)$$

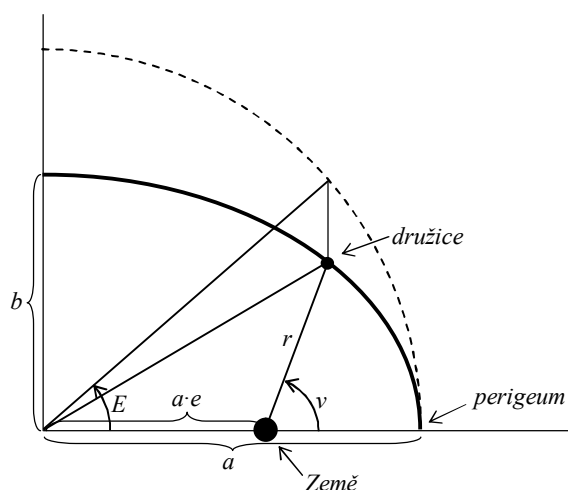
$$\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} < 0 \Rightarrow v \in (180^\circ, 360^\circ)$$

$$\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} = 0 \text{ a } r < a \Rightarrow v = 0^\circ$$

$$\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} = 0 \text{ a } r > a \Rightarrow v = 180^\circ$$

excentrická anomálie E

$$E = 2 \left(\arctg \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{v}{2} \right) \quad (2.08)$$



(obr.2 - geometrický význam pravé a excentrické anomálie)

čas průchodu perigeem T_0 nebo střední anomálie M_0 v čase T z rovnice elipsy

$$M = E - e \sin E \Rightarrow M_0 \quad (2.09)$$

střední denní pohyb n

$$n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \quad (2.10)$$

$$M = n(T - T_0) \Rightarrow T_0 = T - \frac{M}{n} \quad (2.11)$$

Výpočet vnějších elementů

Protože vektor \vec{c} je kolmý k dráze, platí transformační vztah (2.12) mezi souřadnicovou soustavou v rovině dráhy a druhou rovníkovou soustavou. Následně můžeme napsat vztahy (2.13) a (2.14).

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = Z(-\Omega) X(-i) Z(-\omega) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} \sin i \sin \Omega \\ -\sin i \cos \Omega \\ \cos i \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

rektascenze výstupního uzlu Ω

$$\Omega = \operatorname{arctg} \frac{c_1}{-c_2} \quad (2.13)$$

sklon roviny dráhy i

$$i = \arccos \frac{c_3}{c} \quad (2.14)$$

argument perigea ω

Pro vektor ve směru výstupního uzlu \vec{s} platí

$$\vec{s} = \vec{e}_3 \times \vec{c} \quad (2.15)$$

kde: \vec{e} je jednotkový vektor ve směru k severnímu světovému pólu $\vec{e} = (0 \ 0 \ 1)$

Dále můžeme napsat

$$\vec{s} \cdot \vec{r} = s \cdot r \cdot \cos(\omega + \nu) \quad \Rightarrow \quad (\omega + \nu)' = \arccos \frac{\vec{s} \cdot \vec{r}}{s \cdot r} \quad (2.16)$$

řešení je dvojznačné a platí:

$$r_3 > 0 \quad \Rightarrow \quad (\omega + \nu) = (\omega + \nu)'$$

$$r_3 < 0 \quad \Rightarrow \quad (\omega + \nu) = -(\omega + \nu)'$$

$$\omega = (\omega + \nu) - \nu \quad (2.17)$$

3) Rušený pohyb

Protože Země není pravidelné homogenní těleso a na družici působí vnější síly (přitažlivost Slunce, Měsíce a ostatních planet, sluneční vítr a mnohé další) jež jí udělují zrychlení a (tzv. poruchové zrychlení), přejde rovnice (2.01) na tvar

$$\ddot{\vec{r}} = -G \frac{M+m}{r^3} \vec{r} + a \quad (3.01)$$

Pohyb družice pak není rovinný, neprobíhá po elipse a k jeho popisu nestačí šest Keplerových elementů. Známe-li ale polohu družice v čase t_i ($i = 1$ až n), můžeme z těchto hodnoty Keplerovy elementy určit a sledovat jejich časový průběh. Pro výpočet se pak vždy použijí dvě známé sousední polohy družice.

Pro výpočet polohy družice v čase t pomocí Keplerových elementů platí vztah (3.02):

$$\vec{\rho} = R_Z(-\Omega) \cdot R_X(-i) \cdot R_Z(-\omega) \cdot \begin{pmatrix} r \cdot \cos v \\ r \cdot \sin v \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.02)$$

kde: R_X a R_Z jsou matice rotace podle příslušných os

$$v = 2 \cdot \arctg \left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tg \frac{E}{2} \right) \quad (3.03)$$

$$r = a(1 - e \cdot \cos E) \quad (3.04)$$

$$E = M + e \cdot \sin E \quad (3.05)$$

$$M = n \cdot (t_i - T_0) \quad (3.06)$$

Protože výpočet probíhá pro dva časové okamžiky současně, má matice A tvar

$$A_{(6,6)} = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial \Omega} \right|_{t_i} & \left. \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial i} \right|_{t_i} & \left. \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial \omega} \right|_{t_i} & \left. \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial a} \right|_{t_i} & \left. \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial e} \right|_{t_i} & \left. \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial T_0} \right|_{t_i} \\ \left. \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial \Omega} \right|_{t_{i+1}} & \left. \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial i} \right|_{t_{i+1}} & \left. \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial \omega} \right|_{t_{i+1}} & \left. \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial a} \right|_{t_{i+1}} & \left. \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial e} \right|_{t_{i+1}} & \left. \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial T_0} \right|_{t_{i+1}} \end{pmatrix} \quad (3.07)$$

kde příslušné derivace vektoru $\vec{\rho}$ vypadají takto:

$$\frac{\partial \vec{\rho}}{\partial \Omega} = -dR_Z(-\Omega) \cdot R_X(-i) \cdot R_Z(-\omega) \cdot \vec{r} \quad (3.08)$$

$$\frac{\partial \vec{\rho}}{\partial i} = R_Z(-\Omega) \cdot -dR_X(-i) \cdot R_Z(-\omega) \cdot \vec{r} \quad (3.09)$$

$$\frac{\partial \vec{\rho}}{\partial \omega} = R_Z(-\Omega) \cdot R_X(-i) \cdot -dR_Z(-\omega) \cdot \vec{r} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \vec{\rho}}{\partial a} = \begin{pmatrix} \cos E - e + \frac{3}{2} \cdot \frac{a}{r} M \cdot \sin E \\ \hline \sqrt{1-e^2} \cdot \left(\sin E - \frac{3}{2} \cdot \frac{a}{r} M \cdot \cos E \right) \\ \hline 0 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \vec{\rho}}{\partial e} = \begin{pmatrix} -a \left(1 + \frac{a}{r} \cdot \sin^2 E \right) \\ \hline \frac{a^2 \cdot \sin E}{r \cdot \sqrt{1-e^2}} (\cos E - e) \\ \hline 0 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial \vec{\rho}}{\partial T_0} = \begin{pmatrix} \frac{n \cdot a^2 \cdot \sin E}{r} \\ \hline -n \frac{a^2}{r} \sqrt{1-e^2} \cdot \cos E \\ \hline 0 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

kde:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} a \cdot \cos E - e \\ \hline a \cdot \sqrt{1-e^2} \cdot \sin E \\ \hline 0 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Vektor l má tvar

$$l_{(6,1)} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t_i} - \frac{\vec{\rho}|_{t_i}}{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t_{i+1}} - \vec{\rho}|_{t_{i+1}}} \quad (3.15)$$

kde: x, y, z jsou známé souřadnice družice (převedené ze souboru *.sp3)

Vektor přírůstků oskulačních elementů pak vypočteme pomocí vztahu (3.16). Výpočet se opakuje do té doby, než velikost přírůstků neklesne pod požadovanou hodnotu. Jako počáteční hodnoty oskulačních elementů se použijí jejich hodnoty určené ze vztahů pro nerušený pohyb (viz vztahy (2.02) až (2.17)).

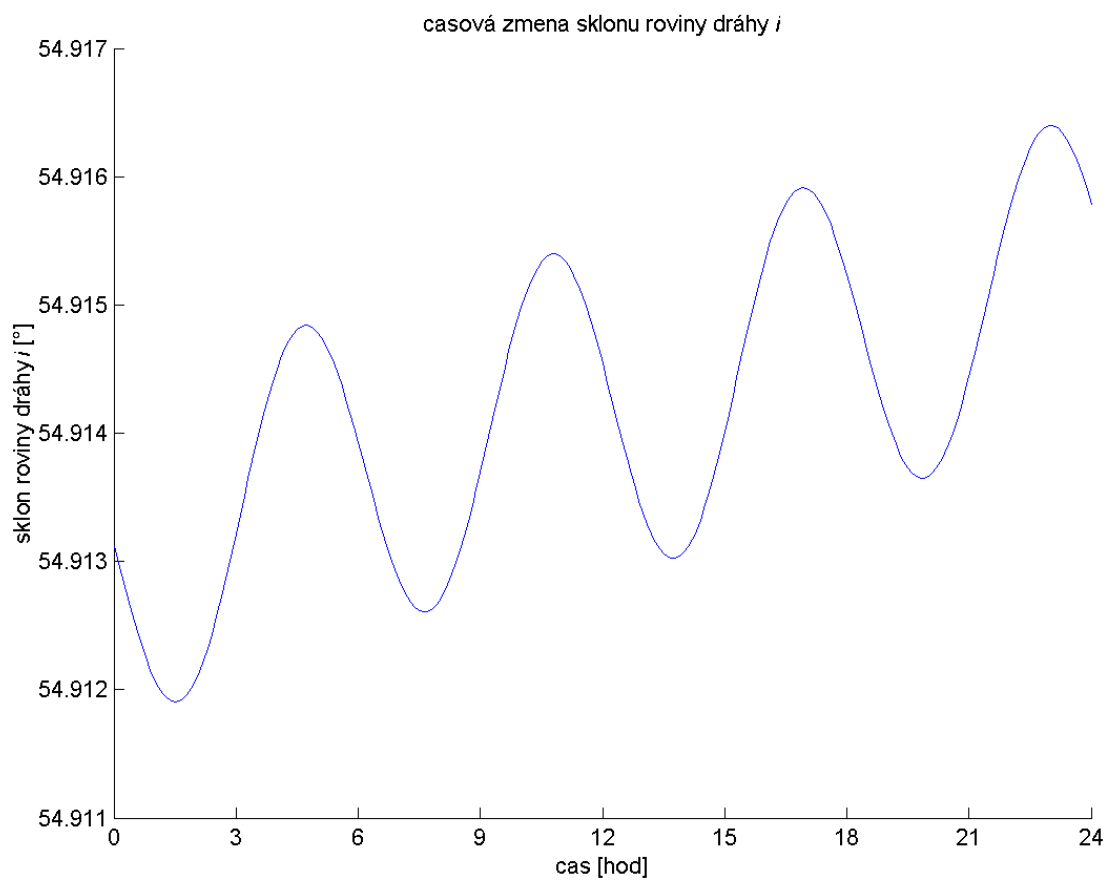
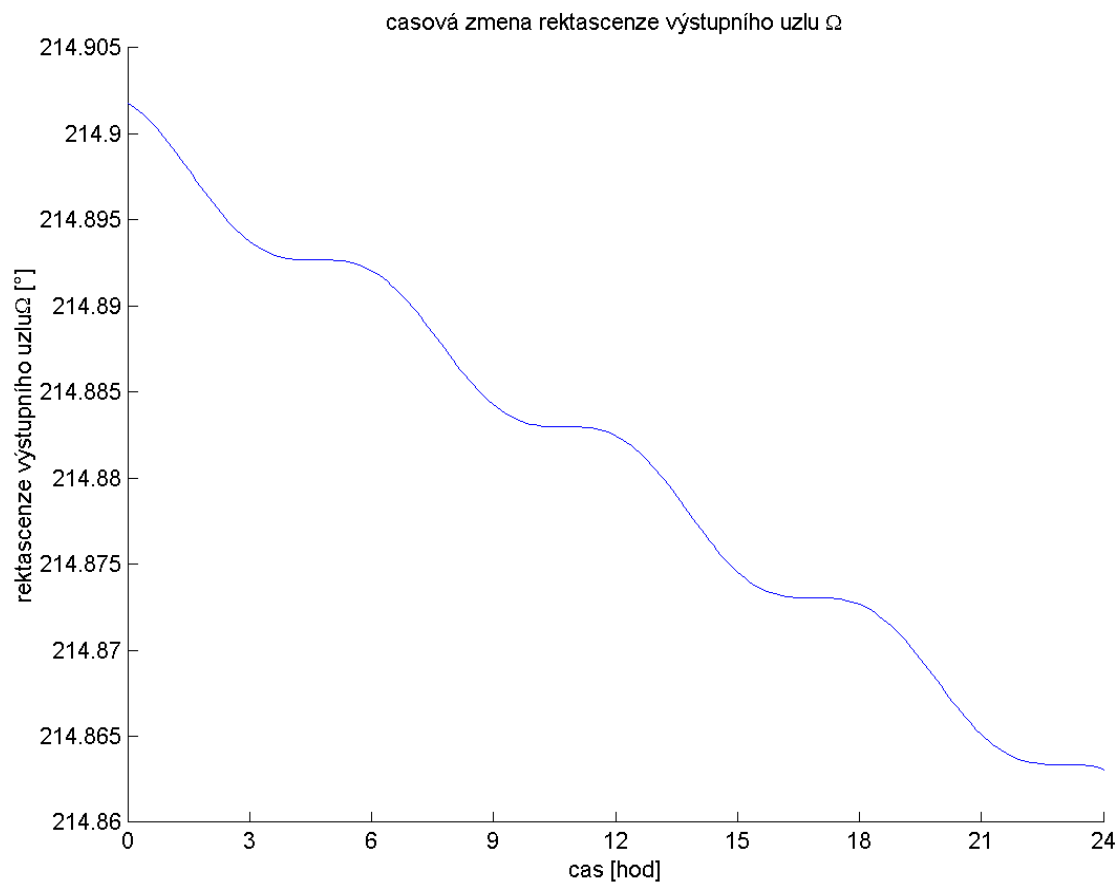
$$dx = A^{-1} \cdot l \quad (3.16)$$

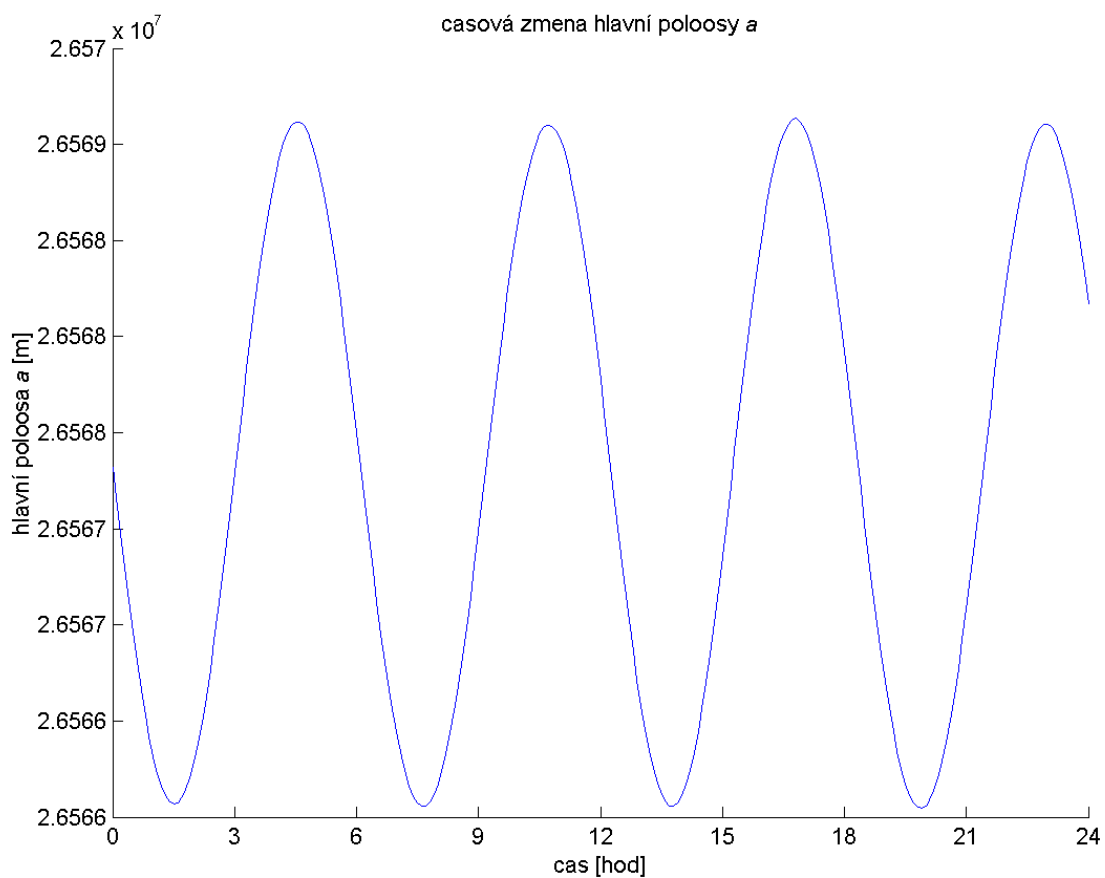
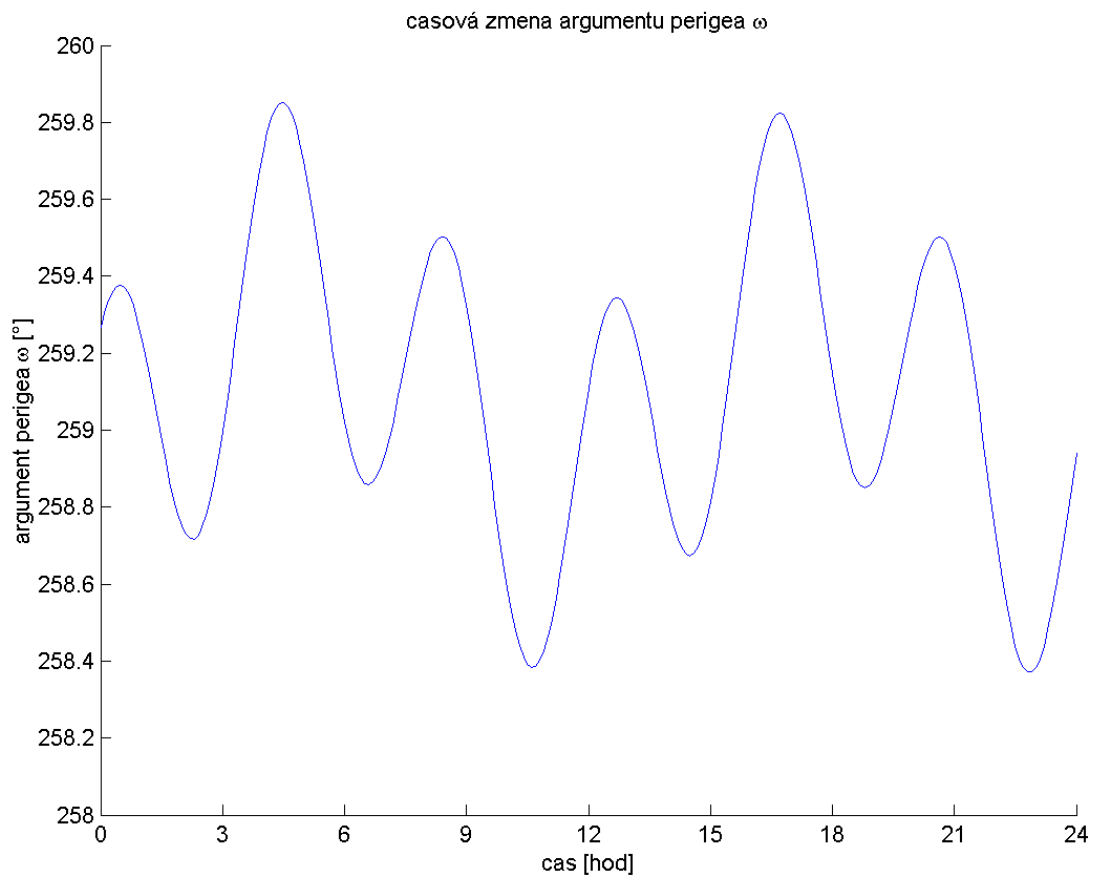
Přehled výsledků

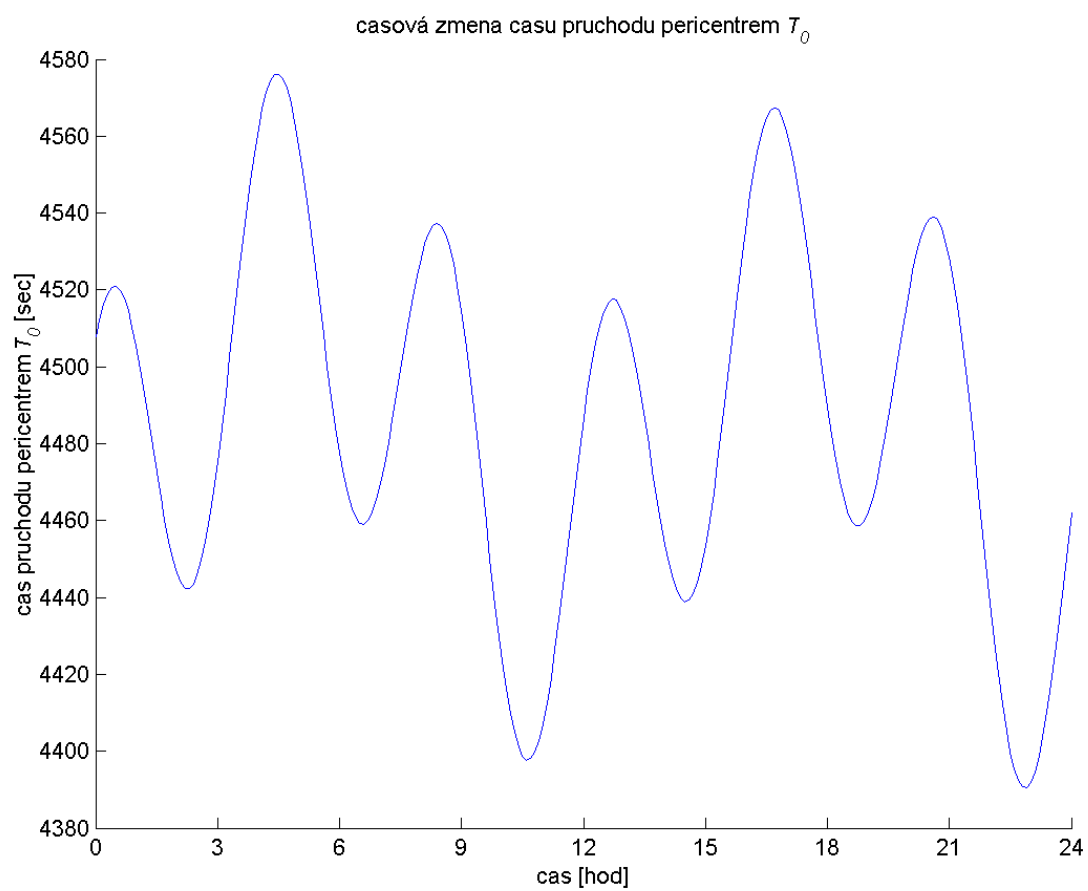
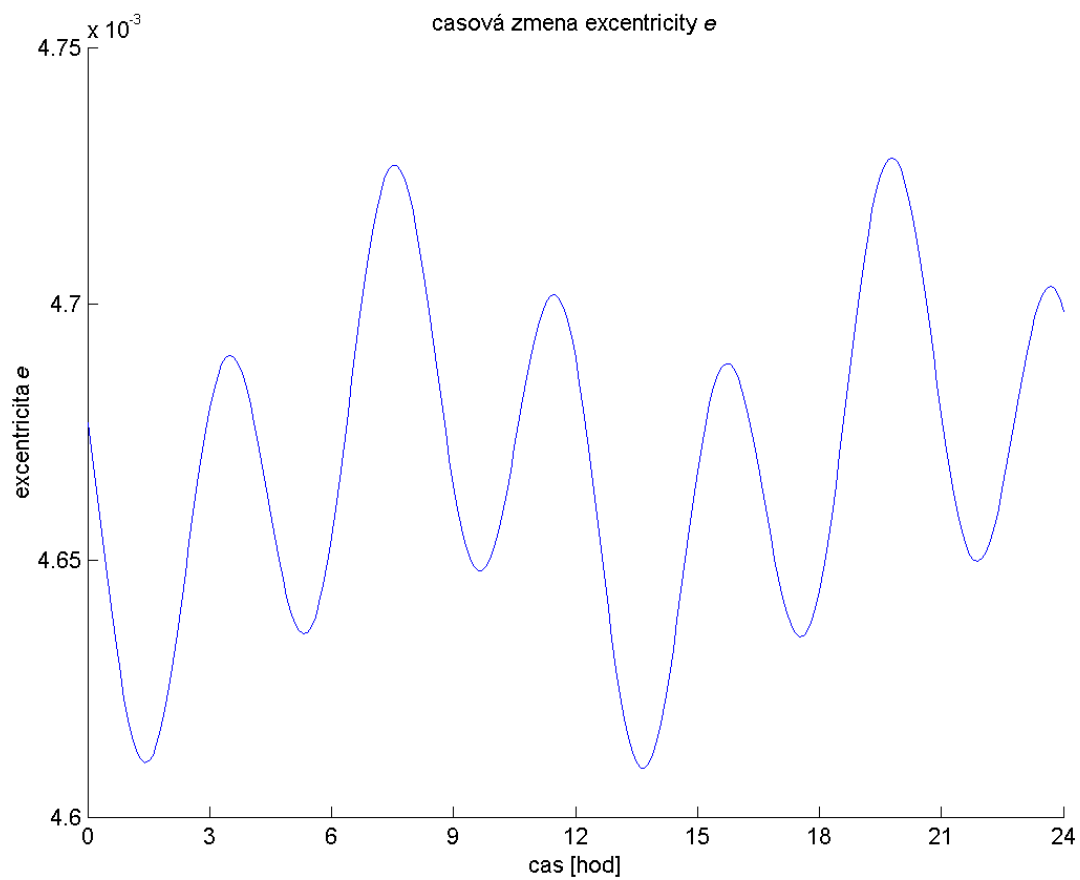
Výsledné souřadnice a oskulační elementy družice PRN1 v průběhu dne 29.10.1999

čas	X [m]	Y [m]	Z [m]	Ω	i	ω	a [m]	e	T ₀ [sec]
0:00:13	10529634.510	19612400.470	-14320955.282						
0:15:13	7681367.233	19348466.144	-16332769.373	214°54'06.560"	54°54'47.319"	259°15'41.997"	26567342.392	0.004677620	4507.185
0:30:13	4699443.153	18747842.369	-18060312.065	214°54'04.947"	54°54'46.170"	259°21'07.032"	26566879.665	0.004661824	4517.891
0:45:13	1635686.050	17820726.025	-19473271.540	214°54'02.944"	54°54'45.088"	259°22'36.328"	26566447.899	0.004645123	4520.819
1:00:13	-1456566.921	16583088.596	-20546847.164	214°54'00.585"	54°54'44.152"	259°20'05.852"	26566077.453	0.004629826	4515.832
1:15:13	-4523427.913	15056399.208	-21262210.445	214°53'57.932"	54°54'43.435"	259°14'11.193"	26565794.899	0.004618097	4504.104
1:30:13	-7511434.527	13267242.274	-21606853.770	214°53'55.063"	54°54'42.992"	259°06'03.431"	26565620.168	0.004611577	4487.981
1:45:13	-10368519.273	11246837.220	-21574819.380	214°53'52.074"	54°54'42.859"	258°57'17.018"	26565565.888	0.004611142	4470.583
2:00:13	-13044952.183	9030470.190	-21166803.624	214°53'49.069"	54°54'43.052"	258°49'34.339"	26565636.027	0.004616741	4455.291
2:15:13	-15494237.186	6656849.728	-20390134.716	214°53'46.150"	54°54'43.563"	258°44'27.250"	26565825.538	0.004627411	4445.140
2:30:13	-17673944.060	4167400.033	-19258625.093	214°53'43.417"	54°54'44.362"	258°43'01.816"	26566121.269	0.004641458	4442.307
2:45:13	-19546459.404	1605506.809	-17792302.428	214°53'40.954"	54°54'45.399"	258°45'47.501"	26566502.101	0.004656714	4447.761
3:00:13	-21079642.420	-984268.510	-16017026.064	214°53'38.827"	54°54'46.609"	258°52'34.055"	26566941.414	0.004670912	4461.155
3:15:13	-22247373.548	-3556989.937	-13963998.220	214°53'37.077"	54°54'47.915"	259°02'33.404"	26567408.171	0.004682021	4480.895
3:30:13	-23029986.869	-6068147.422	-11669181.273	214°53'35.722"	54°54'49.233"	259°14'29.045"	26567869.943	0.004688551	4504.447
3:45:13	-23414579.990	-8474440.940	-9172634.356	214°53'34.749"	54°54'50.481"	259°26'46.405"	26568294.398	0.004689754	4528.684
4:00:13	-23395198.037	-10734533.534	-6517783.644	214°53'34.124"	54°54'51.580"	259°37'47.731"	26568652.563	0.004685738	4550.377
4:15:13	-22972891.113	-12809759.693	-3750641.714	214°53'33.785"	54°54'52.462"	259°46'04.213"	26568919.762	0.004677421	4566.600
4:30:13	-22155647.295	-14664777.155	-918991.628	214°53'33.653"	54°54'53.076"	259°50'29.845"	26569078.172	0.004666399	4575.184
4:45:13	-20958205.704	-16268151.702	1928448.528	214°53'33.637"	54°54'53.387"	259°50'30.089"	26569117.270	0.004654705	4575.007
5:00:13	-19401756.088	-17592866.539	4742865.360	214°53'33.637"	54°54'53.384"	259°46'08.748"	26569035.138	0.004644495	4566.218
5:15:13	-17513533.402	-18616749.531	7476179.543	214°53'33.552"	54°54'53.072"	259°38'07.380"	26568837.930	0.004637719	4550.214
5:30:13	-15326317.046	-19322813.456	10081851.282	214°53'33.289"	54°54'52.483"	259°27'39.453"	26568539.456	0.004635802	4529.449
5:45:13	-12877845.638	-19699506.291	12515649.442	214°53'32.766"	54°54'51.663"	259°16'19.613"	26568160.441	0.004639421	4507.068
6:00:13	-10210158.826	-19740869.931	14736373.188	214°53'31.921"	54°54'50.676"	259°05'47.525"	26567726.695	0.004648387	4486.376
6:15:13	-7368878.135	-19446607.389	16706516.392	214°53'30.712"	54°54'49.596"	258°57'32.160"	26567267.536	0.004661674	4470.310
6:30:13	-4402438.975	-18822059.718	18392866.321	214°53'29.123"	54°54'48.502"	258°52'37.793"	26566813.629	0.004677592	4460.980
6:45:13	-1361285.931	-17878094.934	19767029.494	214°53'27.163"	54°54'47.476"	258°51'35.187"	26566395.206	0.004694039	4459.373
7:00:13	1702956.707	-16630912.217	20805878.678	214°53'24.866"	54°54'46.594"	258°54'18.103"	26566039.803	0.004708829	4465.243
7:15:13	4738327.474	-15101765.363	21491916.204	214°53'22.290"	54°54'45.921"	259°00'06.123"	26565770.856	0.004720003	4477.207
7:30:13	7693371.837	-13316610.127	21813549.687	214°53'19.512"	54°54'45.510"	259°07'51.454"	26565605.907	0.004726115	4492.972
7:45:13	10517976.768	-11305680.735	21765277.150	214°53'16.620"	54°54'45.394"	259°16'09.454"	26565555.645	0.004726422	4509.694
8:00:13	13164184.822	-9103001.265	21347779.375	214°53'13.712"	54°54'45.587"	259°23'30.328"	26565623.396	0.004720983	4524.361
8:15:13	15586976.937	-6745838.205	20567918.116	214°53'10.888"	54°54'46.082"	259°28'31.639"	26565804.541	0.004710659	4534.219
8:30:13	17745013.488	-4274101.103	19438639.540	214°53'08.239"	54°54'46.852"	259°30'10.281"	26566087.220	0.004696985	4537.167
8:45:13	19601323.016	-1729698.708	17978783.126	214°53'05.848"	54°54'47.850"	259°27'51.655"	26566452.861	0.004681962	4532.065
9:00:13	21123928.466	844141.146	16212797.239	214°53'03.779"	54°54'49.012"	259°21'36.976"	26566877.230	0.004667771	4518.976
9:15:13	22286400.808	3403579.085	14170363.502	214°53'02.074"	54°54'50.267"	259°12'03.981"	26567332.329	0.004656440	4499.190
9:30:13	23068330.304	5904889.438	11885933.415	214°53'00.751"	54°54'51.532"	259°00'23.187"	26567787.759	0.004649539	4475.095
9:45:13	23455706.233	8305192.732	9398181.930	214°52'59.801"	54°54'52.725"	258°48'07.729"	26568212.827	0.004647924	4449.842
10:00:13	23441196.588	10563184.216	6749384.151	214°52'59.189"	54°54'53.770"	258°36'58.020"	26568579.025	0.004651587	4426.826
10:15:13	23024320.237	12639846.462	3984723.037	214°52'58.859"	54°54'54.599"	258°28'26.925"	26568860.973	0.004659671	4409.192
10:30:13	22211505.437	14499133.764	1151537.519	214°52'58.731"	54°54'55.158"	258°23'43.264"	26569039.223	0.004670595	4399.281
10:45:13	21016030.195	16108615.517	-1701477.764	214°52'58.715"	54°54'55.412"	258°23'22.337"	26569100.959	0.004682313	4398.310
11:00:13	19457841.937	17440065.963	-4525108.336	214°52'58.709"	54°54'55.348"	258°27'20.594"	26569041.399	0.004692649	4406.192
11:15:13	17563256.273	18469987.885	-7270477.070	214°52'58.611"	54°54'54.972"	258°34'57.723"	26568863.866	0.004699621	4421.601
11:30:13	15364537.106	19180058.560	-9889907.233	214°52'58.325"	54°54'54.314"	258°45'02.863"	26568580.046	0.004701760	4442.175
11:45:13	12899363.047	19557487.405	-12337774.905	214°52'57.767"	54°54'53.424"	258°56'05.464"	26568209.116	0.004698329	4464.881

				214°52'56.872"	54°54'52.366"	259°06'28.529"	26567776.370	0.004689437	4486.454
12:00:13	10210187.868	19595276.146	-14571333.850	214°52'55.598"	54°54'51.220"	259°14'41.816"	26567311.832	0.004676043	4503.835
12:15:13	7343505.447	19292374.275	-16551495.863	214°52'53.927"	54°54'50.067"	259°19'35.612"	26566847.856	0.004659823	4514.640
12:30:13	4349032.219	18653724.698	-18243549.933	214°52'51.873"	54°54'48.994"	259°20'31.728"	26566416.897	0.004642933	4517.522
12:45:13	1278822.530	17690196.860	-19617804.658	214°52'49.472"	54°54'48.079"	259°17'30.039"	26566049.643	0.004627702	4512.399
13:00:13	-1813665.833	16418407.330	-20650139.714	214°52'46.787"	54°54'47.391"	259°11'10.527"	26565771.993	0.004616248	4500.526
13:15:13	-4874537.036	14860430.444	-21322454.042	214°52'43.901"	54°54'46.983"	259°02'47.437"	26565603.720	0.004610154	4484.307
13:30:13	-7850433.763	13043404.261	-21623000.848	214°52'40.910"	54°54'46.889"	258°53'57.386"	26565557.004	0.004610210	4466.903
13:45:13	-10689504.709	10999039.681	-21546602.032	214°52'37.916"	54°54'47.119"	258°46'22.612"	26565635.306	0.004616272	4451.683
14:00:13	-13342342.922	8763042.868	-21094737.589	214°52'35.025"	54°54'47.664"	258°41'33.568"	26565833.144	0.004627293	4441.646
14:15:13	-15762875.687	6374463.131	-20275508.430	214°52'32.331"	54°54'48.490"	258°40'33.249"	26566136.829	0.004641514	4438.904
14:30:13	-17909187.966	3874980.107	-19103474.187	214°52'29.918"	54°54'49.546"	258°43'47.175"	26566524.742	0.004656732	4444.346
14:45:13	-19744263.087	1308145.367	-17599370.316	214°52'27.847"	54°54'50.763"	258°51'00.814"	26566969.745	0.004670685	4457.550
15:00:13	-21236626.701	-1281405.770	-15789711.652	214°52'26.158"	54°54'52.063"	259°01'22.684"	26567440.597	0.004681379	4476.885
15:15:13	-22360882.407	-3848755.922	-13706291.932	214°52'24.863"	54°54'53.364"	259°13'33.217"	26567904.459	0.004687390	4499.797
15:30:13	-23098130.284	-6349504.783	-11385590.920	214°52'23.947"	54°54'54.581"	259°25'56.282"	26568328.887	0.004688055	4523.185
15:45:13	-23436262.356	-8740550.154	-8868102.472	214°52'23.369"	54°54'55.637"	259°36'53.826"	26568684.831	0.004683572	4543.883
16:00:13	-23370131.963	-10980836.308	-6197598.070	214°52'23.067"	54°54'56.469"	259°44'58.195"	26568947.679	0.004674943	4559.064
16:15:13	-22901596.696	-13032056.245	-3420341.250	214°52'22.958"	54°54'57.024"	259°49'05.802"	26569099.800	0.004663834	4566.681
16:30:13	-22039437.308	-14859296.132	-584268.605	214°52'22.950"	54°54'57.274"	259°48'45.919"	26569131.191	0.004652313	4565.765
16:45:13	-20799157.270	-16431611.686	2261846.951	214°52'22.942"	54°54'57.209"	259°44'06.176"	26569040.215	0.004642542	4556.596
17:00:13	-19202669.804	-17722528.318	5069235.401	214°52'22.834"	54°54'56.840"	259°35'52.205"	26568833.678	0.004636431	4540.689
17:15:13	-17277880.869	-18710458.485	7789956.896	214°52'22.534"	54°54'56.200"	259°25'20.914"	26568526.105	0.004635335	4520.575
17:30:13	-15058178.060	-19379031.702	10377703.574	214°52'21.965"	54°54'55.338"	259°14'08.631"	26568138.894	0.004639833	4499.404
17:45:13	-12581836.276	-19717334.299	12788563.665	214°52'21.065"	54°54'54.321"	259°03'54.852"	26567698.473	0.004649626	4480.408
18:00:13	-9891351.825	-19720057.574	14981736.910	214°52'19.799"	54°54'53.223"	258°56'06.523"	26567234.562	0.004663598	4466.385
18:15:13	-7032716.923	-19387554.583	16920191.644	214°52'18.153"	54°54'52.126"	258°51'44.740"	26566778.418	0.004679976	4459.261
18:30:13	-4054646.769	-18725806.799	18571255.327	214°52'16.142"	54°54'51.108"	258°51'15.716"	26566360.421	0.004696618	4459.796
18:45:13	-1007771.257	-17746303.197	19907131.365	214°52'13.804"	54°54'50.245"	258°54'28.900"	26566008.052	0.004711342	4467.534
19:00:13	2056196.658	-16465835.022	20905336.550	214°52'11.198"	54°54'49.600"	259°00'40.017"	26565744.679	0.004722219	4480.906
19:15:13	5085304.373	-14906210.338	21549054.251	214°52'08.405"	54°54'49.223"	259°08'38.335"	26565587.292	0.004727876	4497.481
19:30:13	8028203.284	-13093893.064	21827399.620	214°52'05.513"	54°54'49.143"	259°16'57.838"	26565546.199	0.004727654	4514.342
19:45:13	10834981.669	-11059571.825	21735593.928	214°52'02.622"	54°54'49.372"	259°24'08.798"	26565623.725	0.004721719	4528.477
20:00:13	13457975.758	-8837664.366	21275045.920	214°51'59.828"	54°54'49.898"	259°28'50.300"	26565814.871	0.004711008	4537.195
20:15:13	15852548.415	-6465763.946	20453338.894	214°51'57.224"	54°54'50.692"	259°30'02.061"	26566106.789	0.004697136	4538.521
20:30:13	17977824.718	-3984034.611	19284123.032	214°51'54.886"	54°54'51.705"	259°27'13.755"	26566480.216	0.004682142	4531.507
20:45:13	19797374.158	-1434562.929	17786913.270	214°51'52.876"	54°54'52.872"	259°20'30.795"	26566910.349	0.004668213	4516.415
21:00:13	21279829.053	1139325.629	15986794.026	214°51'51.233"	54°54'54.118"	259°10'35.339"	26567368.682	0.004657338	4494.754
21:15:13	22399429.267	3693776.614	13914033.097	214°51'49.970"	54°54'55.364"	258°58'40.916"	26567824.766	0.004651017	4469.089
21:30:13	23136483.460	6185133.074	11603608.229	214°51'49.074"	54°54'56.528"	258°46'22.679"	26568247.744	0.004650013	4442.711
21:45:13	23477737.750	8570668.046	9094651.364	214°51'48.509"	54°54'57.534"	258°35'21.154"	26568609.105	0.004654225	4419.091
22:00:13	23416643.408	10809311.717	6429816.776	214°51'48.213"	54°54'58.316"	258°27'07.087"	26568884.011	0.004662696	4401.364
22:15:13	22953516.261	12862361.353	3654581.280	214°51'48.107"	54°54'58.823"	258°22'46.041"	26569053.451	0.004673783	4391.807
22:30:13	22095581.768	14694161.488	816486.030	214°51'48.098"	54°54'59.024"	258°22'49.220"	26569105.210	0.004685407	4391.531
22:45:13	20856901.555	16272741.714	-2035668.616	214°51'48.084"	54°54'58.905"	258°27'08.982"	26569035.093	0.004695392	4400.322
23:00:13	19258179.082	17570399.379	-4852662.260	214°51'47.965"	54°54'58.478"	258°35'00.961"	26568847.339	0.004701802	4416.706
23:15:13	17326444.495	18564214.861	-7585713.216	214°51'47.644"	54°54'57.775"	258°45'11.555"	26568554.332	0.004703239	4438.199
23:30:13	15094621.228	19236487.844	-10187341.194						







Závěr

Veškeré výpočty a grafy byly provedeny v programu Matlab.

Z grafického vyjádření průběhu Keplerových elementů v průběhu dne jsou patrné jejich periodické změny, přičemž perioda nabývá hodnot přibližně šest nebo dvanáct hodin. Tato skutečnost je způsobená tím, že příslušná družice obíhá po prakticky kruhové dráze kolem Země dvakrát za jeden den.

Exapolis, dne 5.1.2004
Zdeněk Nejedlý

Zdeněk Nejedlý